

Übungen zur Vorlesung *Teilchen und Felder I*

(WiSe 2014/15, Übungsblatt 12)

<http://www.condmat.uni-oldenburg.de/TeachingTUF/TUF.html>

Abgabe: Donnerstag, 22. Januar bis 12:00 Uhr

45) Warum baut man Collider?

In älteren “fixed target”-Experimenten der Hochenergiephysik wird ein Teilchen (z.B. ein Proton oder ein Elektron) beschleunigt und auf ein anderes ruhendes Teilchen geschossen. Sehr viel größere *relative* Energien sind dagegen verfügbar, wenn *beide* Teilchen beschleunigt und “head-on” zur Kollision gebracht werden.

a) Betrachten Sie eine solche Kollision zweier gleicher Teilchen der Masse m , die beide auf eine Energie E beschleunigt wurden: Zeigen Sie, dass nach der Newtonschen Mechanik die Energie \bar{E} eines der Teilchen relativ zum anderen durch $\bar{E} = 4E$ gegeben wird, nach der relativistischen Mechanik dagegen durch

$$\bar{E} = \frac{2E^2}{mc^2} - mc^2 .$$

b) Angenommen, man arbeitet mit Protonen bei einer Energie von $E = 30$ GeV. Welchen Wert von \bar{E} erhält man dann, und welchen Wert hat der “Gewinnfaktor” \bar{E}/E ? **(2P)**

46) Der “versteckte Impuls”

Betrachten Sie eine rechteckige Leiterschleife, die von einem konstanten Strom I durchflossen wird und sich in einem homogenen elektrischen Feld befindet. Die Leitersegmente mit der Länge d seien parallel zum Feld ausgerichtet, die Segmente der Länge ℓ senkrecht dazu.

a) Zeigen Sie, dass die sich in dem Leiter bewegenden Ladungsträger, die die Masse m und die Ladung q besitzen sollen, als Folge der relativistischen Mechanik einen Gesamtimpuls tragen, der nach der Newtonschen Mechanik nicht vorhanden wäre. Drücken Sie diesen Impuls auch durch das magnetische Moment der Leiterschleife aus.

b) Diskutieren Sie vor diesem Hintergrund noch einmal das schon in Aufgabe 39) behandelte Koaxialkabel: Trägt das stromdurchflossene Kabel wirklich einen Impuls? **(2P)**

47) Relativistische Dynamik

a) Die Gleichung

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

gilt auch in der relativistischen Mechanik, sofern unter \vec{p} der relativistische Impuls verstanden wird. Berechnen Sie damit die Bahnkurve $x(t)$ eines Teilchens der Masse m , das zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $x_0 = 0$ ruht und unter dem Einfluss einer konstanten Kraft F längs der x -Achse beschleunigt wird. Welche Form besitzt diese Kurve?

b) Zeigen Sie, dass auch in der relativistischen Mechanik die ‘‘Arbeits-Energie-Bilanz’’ stimmt: ‘‘Die an einem relativistischen Teilchen verrichtete Arbeit gleicht der Zunahme seiner kinetischen Energie’’.

c) Zeigen Sie, dass die auf ein relativistisches Teilchen wirkende Kraft in der Form

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left[\vec{a} + \frac{\vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{a})}{c^2 - v^2} \right]$$

geschrieben werden kann, wobei $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ die übliche Beschleunigung bezeichnet. Wie lautet daher die Beschleunigung, die ein relativistisches Teilchen in einem elektromagnetischen Feld erfährt? (3P)

48) Zum Umgang mit dem Feldstärketensor

Der kovariante elektromagnetische Feldstärketensor wird gegeben durch

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie $F^\mu{}_\nu$, $F^{\mu\nu}$ und $F^{*\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$!

b) Zeigen Sie, dass $I_1 = F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ und $I_2 = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$ Lorentz-Invarianten sind, und drücken Sie diese Invarianten durch die Felder \vec{E} und \vec{B} aus! (3P)