Universität Oldenburg
Institut für Physik

Oldenburg, den 26. Mai 2015

Übungen zur Vorlesung *Einführung in die Theoretische Physik*

(SoSe 2015, Übungsblatt 7)

`http://www.condmat.uni-oldenburg.de/TeachingITP/ITP.html`

Abgabe: Dienstag, 2. Juni bis 12:00 Uhr

25) **Krummlinige Koordinatensysteme**

a) In Zylinderkoordinaten wird die Position eines Punktes durch das Tripel (r, φ, z) angegeben, wobei $r\cos\varphi = x$, $r\sin\varphi = y$. Berechnen Sie die normierten Tangentialvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$ in Richtung der lokalen Koordinatenlinien und zeigen Sie, dass diese drei Vektoren aufeinander senkrecht stehen und in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden, d.h. dass $\vec{e}_r \times \vec{e}_\varphi = \vec{e}_z$. Berechnen Sie weiterhin den Betrag der Funktionaldeterminante

$$D = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \varphi, z)} \right| \ .$$

b) Führen Sie die zu a) analogen Rechnungen auch für sphärische Polarkoordinaten (r, ϑ, φ) durch: $r\sin\vartheta\cos\varphi = x$, $r\sin\vartheta\sin\varphi = y$, $r\cos\vartheta = z$. **(2P)**

26) **Ein kinematisches Problem: Bewegung auf einer Kardioide**

Ein Punktteilchen bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit v auf einer Kardioide, die in ebenen Polarkoordinaten durch

$$\vec{r}(\varphi) = k(1 + \cos\varphi)\vec{e}_r$$

gegeben wird. Dabei ist $\vec{e}_r$ der radiale Einheitsvektor.

a) Fertigen Sie eine Skizze der Bahnkurve an.

b) Berechnen Sie die Radialkomponente, die Azimutalkomponente sowie den Betrag des Beschleunigungsvektors und zeigen Sie, dass die Azimutalkomponente für $\varphi \to \pi$ singulär wird. Warum?

Hinweis: Für die Ableitungen der lokalen Basisvektoren in ebenen Polarkoordinaten gilt

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}\varphi} = \vec{e}_\varphi \qquad \text{und} \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{e}_\varphi}{\mathrm{d}\varphi} = -\vec{e}_r \ .$$

(3P)

27) **Ein dynamisches Problem: Bewegung auf einer Schraubenlinie**

Eine Schraubenlinie wird parametrisiert durch

$$\vec{r}(\varphi) = (\varrho\cos\varphi, \varrho\sin\varphi, \gamma\varphi) \ .$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein Punktteilchen der Masse m, das sich entlang dieser Linie reibungsfrei bewegen kann, bei $\varphi = 0$ losgelassen. Auf das Teilchen wirken dann neben der Gewichtskraft auch die Reaktionskräfte in Richtung der Haupt- und der Binormalen, die es auf die Schraubenbahn zwingen. Wie lauten die Geschwindigkeit des Teilchens sowie der Betrag der „Zwangskraft“ in Abhängigkeit von der Zeit? **(3P)**

28) **Freier Fall mit Stokesscher Reibung**

Unter „Stokesscher Reibung“ versteht man eine Reibungskraft, die der Geschwindigkeit des durch sie abgebremsten Teilchens proportional und entgegengesetzt gerichtet ist. Wenn also ein fallender Körper der Masse m einer solchen Kraft mit einer (positiven) Reibungskonstanten γ unterliegt, hat man die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{z} = -mg - \gamma\dot{z} \ .$$

Bestimmen Sie die „Weg-Zeit-Funktion“ $z(t)$, die sich für die Anfangsbedingungen $z(0) = z_0$, $\dot{z}(0) = v_0$ ergibt. Wie verhält sich die Geschwindigkeit des Teilchens für „sehr große“ bzw. „sehr kleine“ Zeiten? (Was bedeutet hier „groß“ bzw. „klein“?) **(2P)**