

Übungen zur Vorlesung *Einführung in die Theoretische Physik*

(SoSe 2015, Übungsblatt 3)

<http://www.condmat.uni-oldenburg.de/TeachingITP/ITP.html>

Abgabe: Dienstag, 5. Mai bis 12:00 Uhr

9) Weitere Integrationsübungen

Berechnen Sie die folgenden Integrale auf elementarem Wege, d.h. *ohne* Benutzung einer Integraltabelle!

a)

$$\int_0^1 dx e^{x+e^x}$$

b)

$$\int_1^2 dx \cos(\ln x)$$

c)

$$\int_1^2 dx x \operatorname{arcosh} x$$

d)

$$\int_0^\pi dx x^2 \sin^2 x$$

(3P)

10) Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung

Finden Sie mindestens eine Lösung für jede der folgenden Differentialgleichungen! (Können Sie sogar die allgemeinen Lösungen angeben?)

a)

$$y'' + a^2 y = 0$$

b)

$$y'' - a^2 y = 0$$

c)

$$x^2 y'' + (n-1)xy' - 2n(n-1)y = 0$$

d)

$$-x^2 \ln x y'' + x \ln x y' - 2y = 0$$

(3P)

11) Ein Anfangswertproblem

Aus der Vorlesung ist die Differentialgleichung für den freien Fall einer Probemasse m im Gravitationsfeld einer großen Masse M bekannt:

$$m\ddot{s} = -G \frac{Mm}{s^2} .$$

Dabei ist $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ die bekannte Gravitationskonstante. Die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ seien $s(0) = R$ und $\dot{s}(0) = v_0$.

(a) Zeigen Sie, dass die obige Differentialgleichung durch Multiplikation mit \dot{s} in

$$\frac{d}{dt} \dot{s}^2 = -2GM \frac{\dot{s}}{s^2}$$

überführt wird. Wie lautet diejenige Lösung $\dot{s}^2(t)$, die mit den Anfangsbedingungen verträglich ist?

(b) Es sei $M = 5.972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ die Erdmasse und $R = 2 \cdot 6.371 \cdot 10^6 \text{ m}$ der doppelte Erdradius. Wie groß ist dann die kleinste "Fluchtgeschwindigkeit" v_0 , für die die Probemasse nicht zur Erde zurückfällt? **(2P)**

12) Trennung der Variablen

Lösen Sie die folgenden expliziten Differentialgleichungen erster Ordnung mit der Methode der Trennung der Variablen! Verifizieren Sie, dass Ihre Lösungen korrekt sind.

a)

$$y' = 2xy$$

b)

$$y' = 4x^2y^2$$

c)

$$y' = -\gamma y^3$$

d)

$$y' = \frac{y^2}{\sinh^2 x}$$

(2P)